

Würfelbilder als visuelle Unterstützung bei Kopfrechnen und Rechenstrategien

Vortrag von Miriam Hörth
Dipl. Soz.Päd.
Diplomierte Legasthenie- und Dyskalkulietrainerin
Spieleautorin

bei der 21. Fachtagung des EÖDL

1. Einführung

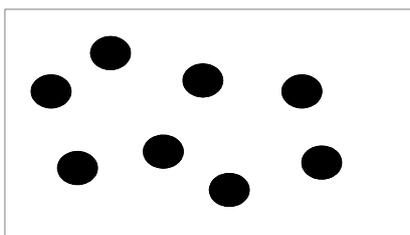
Rechenschwache Schüler zählen oft zeitraubend Aufgaben an den Fingern ab. Der Grund dafür ist, dass sie noch ein einseitiges Zahlenverständnis haben: Zahlen werden nicht als Mengen verstanden, sondern lediglich als Position in einer Zählreihe.

Das Abzählen an den Fingern ist jedoch keine sinnvolle Strategie, denn

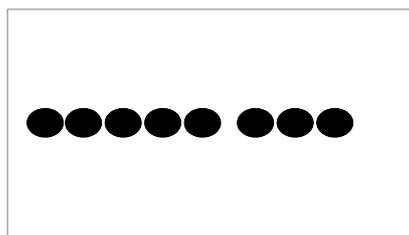
- Zahlbeziehungen können nicht genutzt werden ($3 + 5 = 5 + 3$, $5 - 4 = 15 - 4$)
- Rechnen ist fehleranfällig: verrechnen um 1 (falscher Anfang), um 5 (1 Hand), um 10 (2 Hände)
- hohe Anforderung an das Arbeitsgedächtnis (wo habe ich angefangen zu zählen?, wie viel habe ich schon gezählt?)
- verlangsamtes Rechentempo

Wir als Trainer müssen den Schülern helfen, die Stufe des zählenden Rechnens zu verlassen. Die Schüler müssen lernen, eine Zahl als Menge zu verstehen.

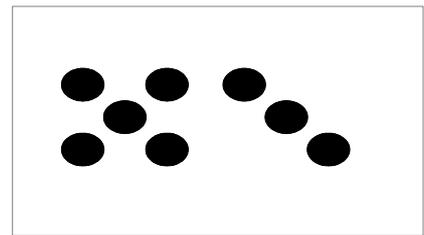
Dabei helfen strukturierte Mengen.



unstrukturierte Menge



teilstrukturierte Menge



strukturierte Menge

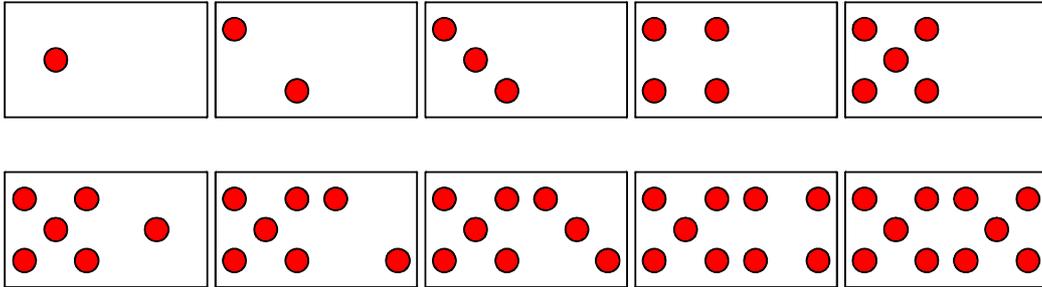
Die ersten beiden Mengen lassen sich – wenn sie nur kurz gezeigt werden – nicht schnell genug abzählen und daher nicht genau erfassen. Die dritte Menge jedoch ist simultan (also auf einen Blick) erfassbar, da sie so strukturiert ist, dass ich sie vor meinem inneren Auge abrufen kann.

Rechnen bedeutet, in eine Menge Teilmengen hineinsehen und dann mit diesen Mengen in seiner Vorstellung handeln zu können.

Im Gegensatz zu vielen anderen Rechenmaterialien ermöglichen die Würfelbilder dieses gedankliche Handeln.

2. Kennenlernen der Würfelbilder

Zuerst müssen den Schülern die Würfelbilder vorgestellt werden, und es braucht Spiele, die das Erkennen und Abspeichern der Würfelbilder auch zu Hause festigen. Bis zur Menge „Fünf“ sind die Bilder bereits von diversen Würfelspielen bekannt, so dass dieser erste Schritt in der Regel sehr schnell vollzogen wird.



Folgende Materialien und Spiele setze ich am Anfang ein:



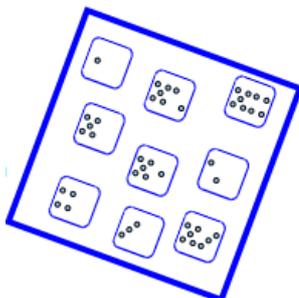
Würfelschiffe: Hiermit lassen sich die Würfelbilder bis 20 handelnd darstellen.



Blitzblickkarten: Dem Schüler wird eine Karte kurz gezeigt, und er muss dann die Anzahl der Punkte nennen, das gezeigte Würfelbild beschreiben oder es mit dem Würfelschiff nachstellen.



Fühlkarten: Die Anordnung der Holzketten muss blind ertastet und die zugehörige Zahl genannt werden. So wird die Darstellung der Würfelbilder vor dem inneren Auge trainiert.

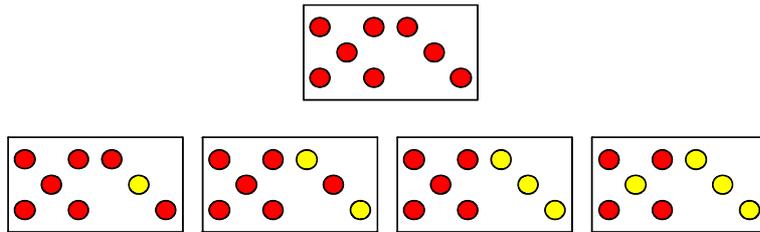


Was fehlt: Alle Spieler müssen möglichst schnell herausfinden, welches der Würfelbilder 1-10 auf der jeweiligen Karte fehlt. Der schnellste Spieler erhält die Karte.

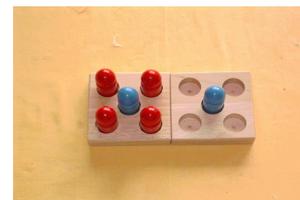
3. Zahlzerlegung

Im nächsten Schritt wird die Zahlzerlegung Zahl für Zahl erarbeitet. Hierbei wird dem Schüler vermittelt, dass sich jedes Würfelbild aus einzelnen Teilmengen zusammensetzt und optisch in diese zerlegt werden kann. Die Zahlzerlegung ist sowohl eine wichtige Vorübung für das Rechnen im Zahlenraum 10, als auch unabdingbar für das sichere Rechnen über und unter den Zehner.

Die verschiedenen Möglichkeiten, eine Zahl mit Teilmengen darzustellen.



grafisch



handelnd

Der Schüler lernt jetzt, die Teilmengen in die Würfelbilder hineinzusehen.

Die Zahlzerlegung wird durch folgende Spiele vertieft:



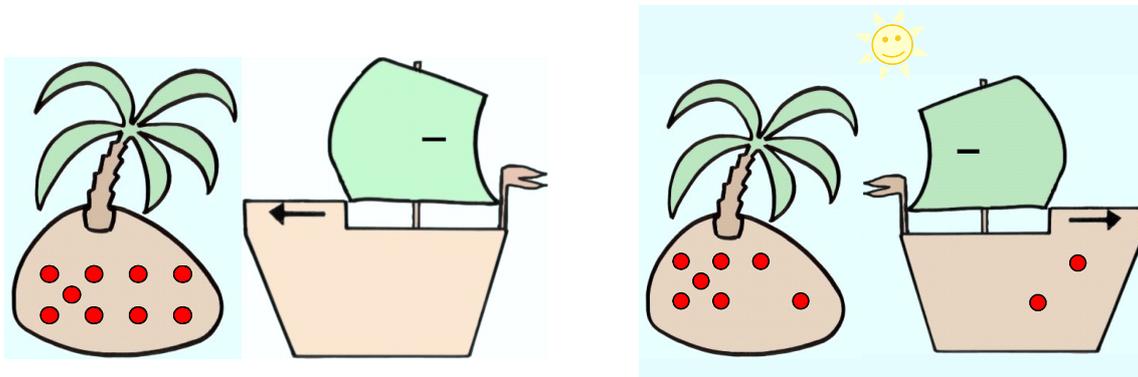
Zahlen-Schnapp: Wer erkennt schneller, ob die beiden aufgedeckten Zahlen die vorher festgelegte Zielzahl ergeben?



Ich seh' die 10: Wer findet als Erster die Zehnerfreunde?

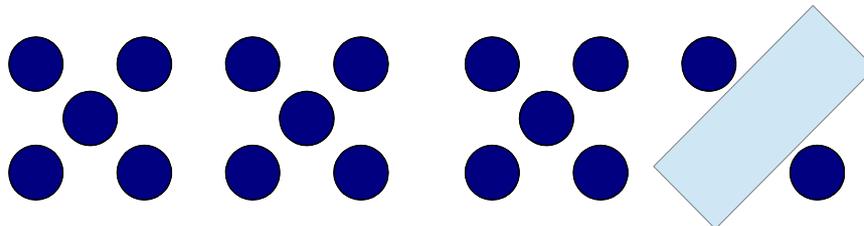
4. Addition und Subtraktion im Zahlenraum 10

Nachdem durch die Zahlzerlegung schon erste Rechnungen in den Teilmengendarstellungen erkannt wurden, werden diese jetzt handelnd und bildlich erschlossen.



$$9 - 2 = 7$$

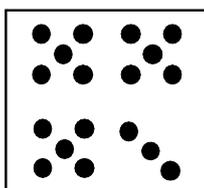
Dieser Schritt ist abgeschlossen, wenn der Schüler in der Lage ist, zwei Würfelbilder im Kopf zusammenzufügen oder auseinanderzunehmen. Dazu ist es wichtig, diesen Vorgang vom Schüler immer wieder beschreiben zu lassen.



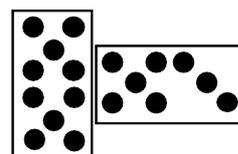
Beispiel: *Meine Rechnung heißt $10 - 3$. Die 10 besteht es zwei mal 5. Von der zweiten 5 nehme ich 3 weg, dann habe ich noch eine 5 und eine 2, das ist das Würfelbild von der 7. $10 - 3$ ist also 7.*

5. Erweiterung in den Zahlenraum 20

Wenn sich der Schüler den Zahlenraum 10 angeeignet hat, sind die Kennbilder bis zur Zahl 20 intuitiv. Sie lassen sich dabei auf zwei Arten darstellen:



Die Zahl 18 in zwei Zehnerreihen vereinfacht das Hineinsehen von Rechnungen



Die Zahl 18 mit quergestelltem Zehner verdeutlicht das Stellenwertsystem

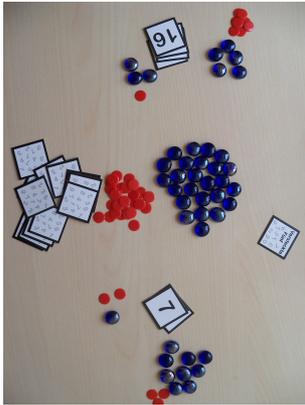
Die Schüler können normalerweise problemlos zwischen beiden Darstellungen hin- und herwechseln.

Zuerst wird im Zahlenraum 20 mit einfachen Analogieaufgaben gearbeitet

$$(5 + 3 = 8 \Rightarrow 15 + 3 = 18).$$

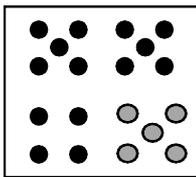
Im handelnden Rechnen mit den Würfelschiffen erkennen die Schüler schnell, dass es sich im Grunde um die gleiche Aufgabe handelt, da ja nur bei den Einern etwas „getan werden muss“ und die Zehn lediglich hinzukommt.

An dieser Stelle wird der Fünfertrick eingeführt, der alle Rechnungen über den Zehner vereinfacht, bei denen beide Teilmengen gleich oder größer 5 sind.

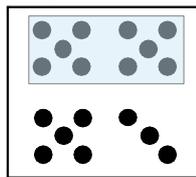


Bei der „Versteckten Fünf“ macht sich der Schüler spielerisch bewusst, wie viele Fünfer in einer Zahl enthalten sind.

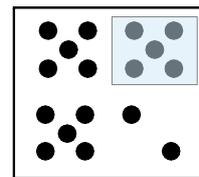
Durch den Fünfertrick kann man das Ergebnis sofort sehen, ohne rechnen zu müssen:



$$14 + 5 = \underline{\quad}$$



$$18 - 10 = \underline{\quad}$$

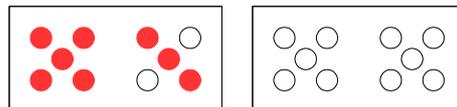


$$17 - 5 = \underline{\quad}$$

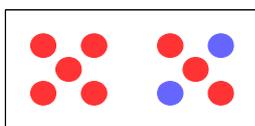
6. Addition und Subtraktion mit Zehnerübergang

Wenn die Zahlzerlegung mit den Würfelbildern intensiv geübt wurde, gelingt auch die Zehnerüber- und unterschreitung problemlos.

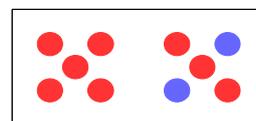
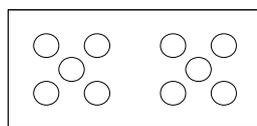
Beim zweischrittigen Rechnen (bis zum Zehner und weiter) ist der Schüler dann schon in der Lage, bildlich fehlende Punkte zu ergänzen oder Restmengen wegzunehmen.



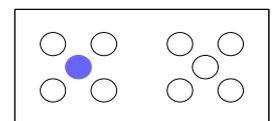
$$8 + 3 = \underline{\quad}$$

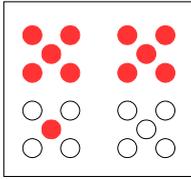


$$8 + 2 = 10$$

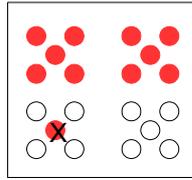


$$10 + 1 = 11$$

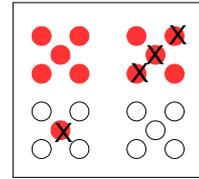




$$11 - 4$$



$$11 - 1 = 10$$

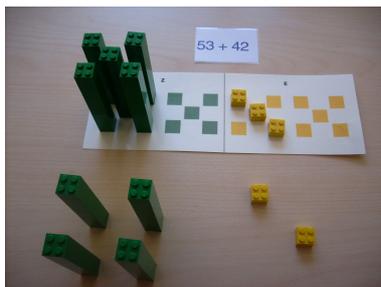


$$10 - 3 = 7$$

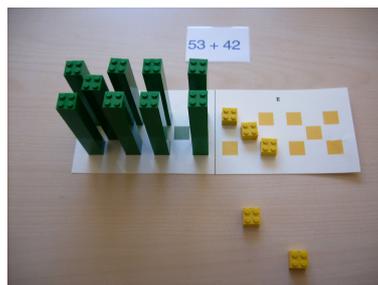
7. Rechnen im Hunderterraum

Nachdem der Schüler gelernt hat, sich sicher im Zahlenraum 20 zu bewegen, wird es Zeit, die Rechnungen in den Hunderterraum auszuweiten. Zu den bisher erarbeiteten Aufgaben gilt es nun, mit zweistelligen Zahlen zu arbeiten. Auch hierbei helfen uns die Würfelbilder, indem wir die Würfelschiffe durch Legosteine ersetzen.

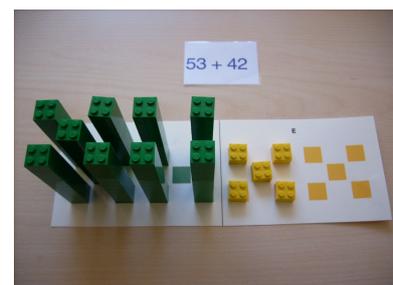
Addition ohne Zehnerübergang



$$53 + 42 = \underline{\quad}$$

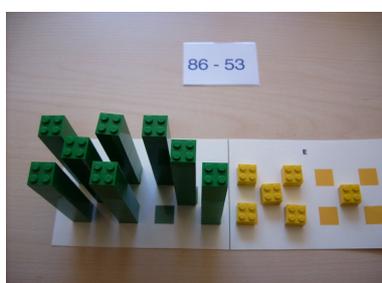


$$53 + 40 = 93$$

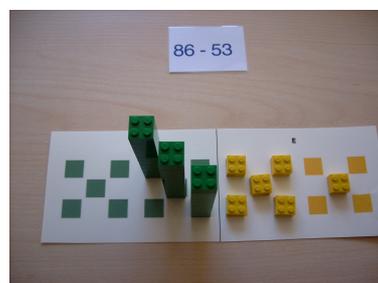


$$93 + 2 = 95$$

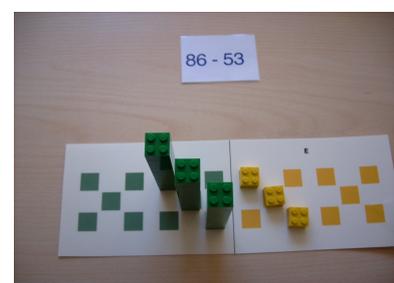
Subtraktion ohne Zehnerübergang



$$86 - 53 = \underline{\quad}$$

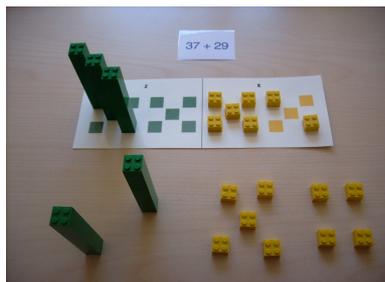


$$86 - 50 = 36$$

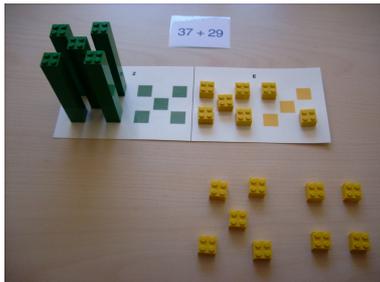


$$36 - 3 = 33$$

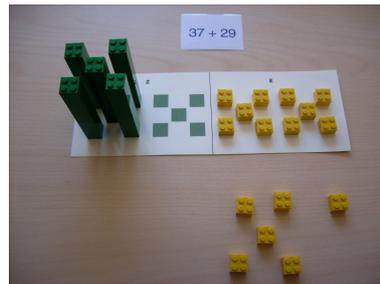
Addition mit Zehnerübergang



$$37 + 29 = \underline{\quad}$$

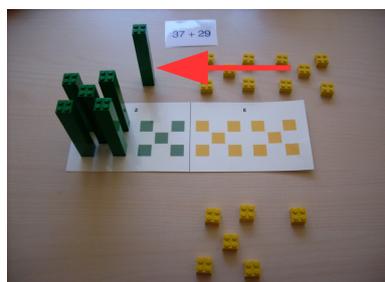


$$37 + 20 = 57$$

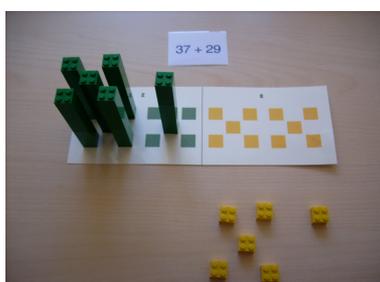


$$57 + 3 = 60$$

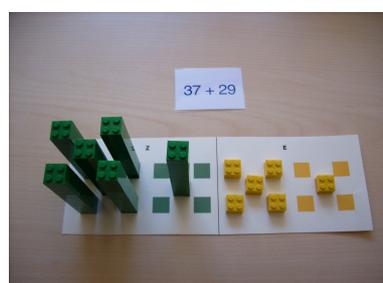
Zuerst wird der Zehner aufgefüllt.
Jetzt muss auf der Seite der Einer Platz für die restlichen 6 Steine geschaffen werden.



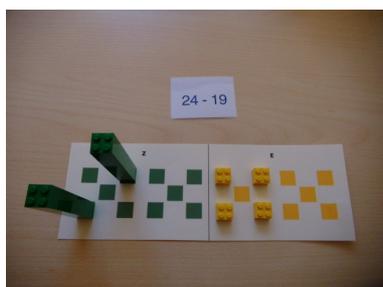
Dazu werden die zehn Einer in einen Zehner umgetauscht.
Die Gesamtzahl ändert sich dadurch natürlich nicht, wird aber deutlicher erkennbar.



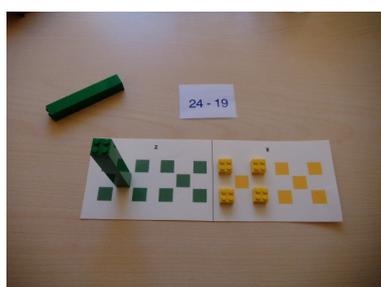
$$60 + 6 = 66$$



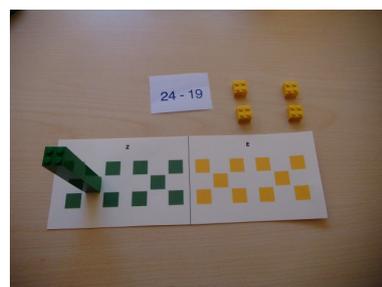
Subtraktion mit Zehnerübergang



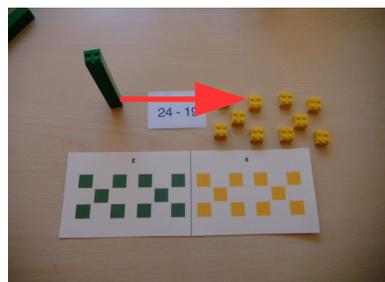
$$24 - 19 = \underline{\quad}$$



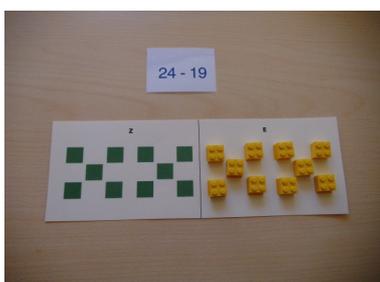
$$24 - 10 = 14$$



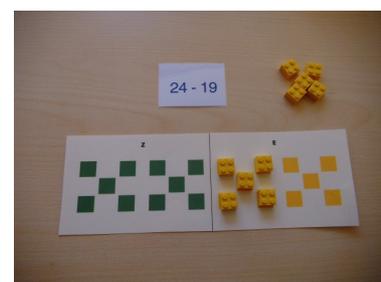
$$14 - 4 = 10$$



Da nirgendwo die übrigen fünf Steine weggenommen werden können, wird ein Zehner in zehn Einer umgetauscht.



$$10 - 5 = 5$$



WICHTIG: Jedes Material ist nur dafür da, dem Kind dabei zu helfen, seine Vorstellung bezüglich Mengen und Rechnen zu entwickeln, es sollte irgendwann überflüssig werden können, weil das Kind die Zahlen als Mengen und die Rechenaufgaben als Handlungen in seiner Vorstellung „sehen“ und automatisieren kann.

Dieses Ziel wird durch folgende Trainingsphasen erreicht:

1. Handlungserfahrung mit konkretem Material (Würfelschiffe oder Legosteine)
2. Handlungsschritte werden bildhaft dargestellt und die entsprechende Handlung beschrieben
3. Einzelne Handlungsschritte werden innerlich ausgeführt, das Material repräsentiert nur noch den Anfangszustand, die fehlenden Schritte werden beschrieben
4. Die Gesamthandlung wird innerlich ausgeführt und der Schüler beschreibt alles

Diese Phasen werden bei jedem neuen Zahlenraum wieder durchlaufen.

Arbeitshilfen und Spiele zu den Würfelbildern sind erhältlich bei:

www.lernmaterial-hoerth.de

Bei Fragen zum Konzept oder Interesse an einem Workshop: info@lernecke-hoerth.de